

Problema 1 (2,5 punts)

Nota: En tot el problema a_3 és el bit més significatiu i a_0 el menys significatiu.

A (Objectius 4.2, 5.2)

a.1) Indica els rangs de valors representables amb n bits en binari natural i en complement a 2.

SOLUCIÓ:

Rang binari natural: De 0 fins 2^n-1

Rang Ca2: De -2^{n-1} fins $2^{n-1}-1$

a.2) Indica quin és el nombre de bits mínim per poder representar correctament el resultat de les operacions $A+B-C$ i $A*B$ si els nombres a les entrades estan representats amb 4 bits. Feu-ho per als dos casos següents:

- binari natural. (Indiqueu si amb el nombre de bits que heu triat els resultats són sempre representables)
- complement a 2

SOLUCIÓ:

Binari natural: Si A, B i C són binari natural i es codifiquem amb 4 bits, el rang de valors que pot prendre cadascun és [0 .. 15]. Per tant, ara hem de calcular els valors màxim i mínim que es poden produir en cadascuna de les operacions.

Operació $A+B-C$

Valor màxim: $15+15-0 = 30$.

Valor mínim: $0+0-15 = -15$. Aquest i tota la resta de valors negatius que puguin sortir no són representables en binari natural.

Per tant, si estem treballant amb binari natural, necessitem 5 bits per poder representar tots els possibles valors del resultat, el qual només podrà ser representat si és 0 o positiu.

Operació $A*B$

Valor màxim: $15*15=225$.

Valor mínim: $0*0=0$. Per tant, en binari natural necessitem 8 bits per representar tot el rang de possibles valors a la sortida.

En aquest cas, sí que són representables tots els valors del resultat, perquè no es poden donar resultats negatius.

Complement a 2: Si A, B i C són Ca2 i es codifiquem amb 4 bits, el rang de valors que pot prendre cadascun és [-8 .. 7]. Per tant, ara hem de calcular els valors màxim i mínim que es poden produir en cadascuna de les operacions.

Operació $A+B-C$

Valor màxim: $7+7-(-8) = 22$.

Valor mínim: $(-8)+(-8)-7 = -23$.

Per tant, necessitem 6 bits, que ens permet representar els valors dins el rang [-32 .. 31]

Operació $A*B$

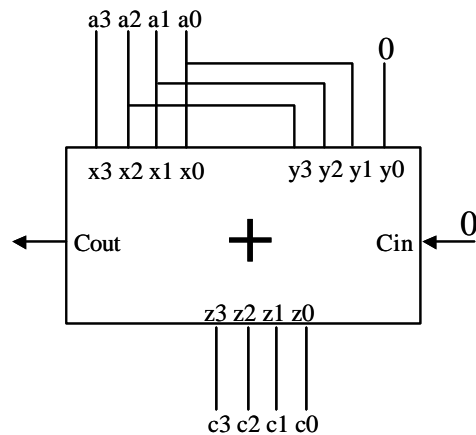
Valor màxim: $(-8)*(-8)=64$.

Valor mínim: $(-8)*7=-56$.

Per tant, necessitem 8 bits, que ens permeten representar els valors dins el rang [-128 .. 127]

B. (Objectius 4.6, 5.5)

Es desitja realitzar l'operació $A+2*A$ mitjançant el circuit de la figura. En l'expressió anterior, A és l'entrada codificada amb els 4 bits a_3, a_2, a_1, a_0 de la figura.



b.1) Indica en quins casos el resultat no serà representable si l'entrada està representada en binari natural i sabem que $0 \leq A < 7$.

SOLUCIÓ:

Si la sortida és binari natural de 4 bits podrem representar el rang [0 .. 15]

Per saber els valors d'A que fan que el resultat no sigui representable hem de resoldre la següent expressió:

$15 < A+2A \Rightarrow A > 5$. Per tant, de tots els possibles valors que s'ha dit a l'enunciat que pot prendre A, quan $A=5$ o 6 , el resultat no serà representable en binari natural amb 4 bits

b.2) Indica en quins casos el resultat no serà representable si l'entrada està representada en complement a 2 i sabem que $-4 \leq A < 4$

SOLUCIÓ:

Si la sortida és Ca2 de 4 bits podrem representar el rang [-8 .. 7]

Per saber els valors d'A que fan que el resultat no sigui representable hem de resoldre les següents expressions:

Per a la part positiva:

$7 < A+2A \Rightarrow A > 7/3$. Per tant, de tots els possibles valors positius que s'ha dit a l'enunciat que pot prendre A, quan $A=3$, el resultat no serà representable en Ca2 amb 4 bits

Per a la part negativa:

$-8 > A+2A \Rightarrow A < (-8)/3$. Per tant, de tots els possibles valors negatius que s'ha dit a l'enunciat que pot prendre A, quan $A=-3$ o -4 , el resultat no serà representable en Ca2 amb 4 bits

C. (Objectiu 4.1)

Sempre justificant tots els càlculs fets, respon els següents apartats:

c.1) Siguin dues bases a i b tal que es compleix que $a=b^2$.

Sabent que $(37)_{a-b} = (199)_{10}$, quant valen a i b?

SOLUCIÓ:

$$(37)_{a-b} = 3*(a*b)^1 + 7*(a*b)^0 = 199 \Rightarrow a*b = (199-7)/3 = 64$$

Si sabem que $a=b^2$, llavors, substituint a l'expressió anterior $b^3=64$, i per tant, $b=4$. O sigui que $a=b^2=16$.

c.2) Representa el número $(22212)_3$ en base 9 (Indicació: $9=3^2$).

SOLUCIÓ:

Com que $9=3^2$, hem d'agrupar els dígits de 2 en 2 començant per la dreta.

El dígit de menys pes en base 9 serà, $1*3^1 + 2*3^0 = 5$

El següent serà, $2*3^1 + 2*3^0 = 8$

I el de més pes serà $2*3^0 = 2$

Per tant, $(22212)_3 = (285)_9$

Problema 2 (2 punts)

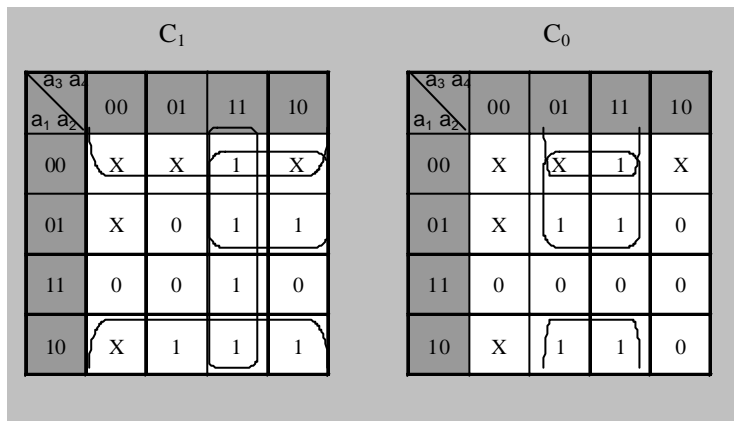
a) Tabla de verdad del S.L.C. Selector de Señal

Tabla de verdad del multiplexor de buses

C1	C0	Salida
0	0	X1
0	1	X2
1	0	X3
1	1	X4

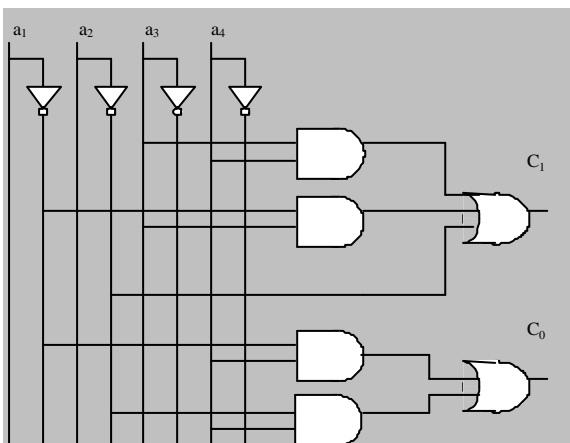
a1	a2	a3	a4	Dato Seleccionado	C1	C0	Regla de selección
0	0	0	0	x	x	x	1º regla
0	0	0	1	x	x	x	1º regla
0	0	1	0	x	x	x	1º regla
0	0	1	1	X4	1	1	2º regla
0	1	0	0	x	x	x	1º regla
0	1	0	1	X2	0	1	3º regla
0	1	1	0	X3	1	0	4º regla
0	1	1	1	X4	1	1	2º regla
1	0	0	0	x	x	x	1º regla
1	0	0	1	X4	1	1	4º regla
1	0	1	0	X3	1	0	3º regla
1	0	1	1	X4	1	1	2º regla
1	1	0	0	X1	0	0	2º regla
1	1	0	1	X1	0	0	2º regla
1	1	1	0	X1	0	0	2º regla
1	1	1	1	X3	1	0	4º regla

b) Implementar el circuito de forma mínima a dos niveles, utilizando sólo puertas lógicas.



$$C_1 = a_3 a_4 + a_1' a_3 + a_2'$$

$$C_0 = a_1' a_4 + a_2' a_4$$



Problema 3 (3 puntos)

a) Dibuja un gráfico donde se vea claramente cuáles son las entradas y salidas del SLS

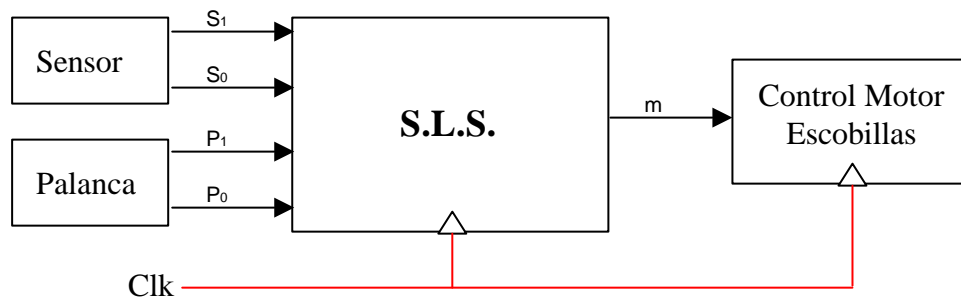
Señales de entrada

S ₁	S ₀	Significado
0	0	no llueve
0	1	Llueve escasamente
1	0	Llueve moderadamente
1	1	Llueve intensamente

P ₁	P ₀	Significado
0	0	limpiaparabrisas desactivado
0	1	limpiaparabrisas activado y sensibilidad baja
1	0	limpiaparabrisas activado y sensibilidad media
1	1	limpiaparabrisas activado y sensibilidad alta

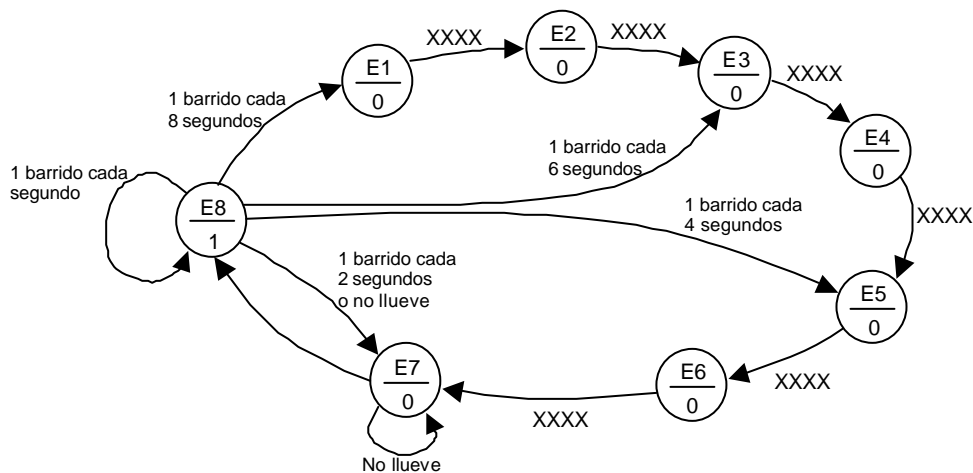
Señales de salida

m	Clk	Significado
0	\downarrow	las escobillas no realizan ningún barrido
1	\uparrow	las escobillas realizan un barrido



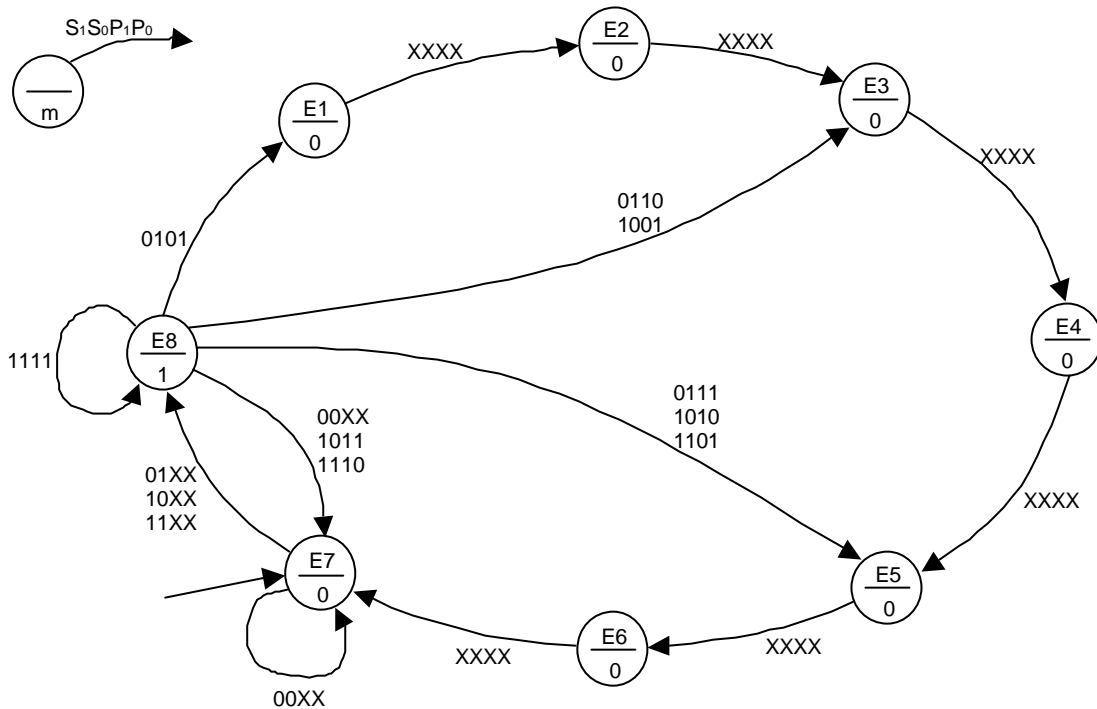
b) Dibuja el grafo de estados del circuito que controla el movimiento de las escobillas, indicando claramente cuál es el significado de cada bit.

Se trata de un circuito que debe generar una señal a 1 cada 1,2,4,6 u 8 segundos según el caso. Además en el estado que se genera la señal es el único en que se evalúan los valores de las entradas (S₁,S₀,P₁ y P₀). Así que generaremos un grafo de estados que genere un bucle de 8 segundos y en el ciclo en que se genera la señal pondremos unos “atajos” (transiciones) hacia los estados que cuentan bucles de 6,4,2 y 1 segundos.

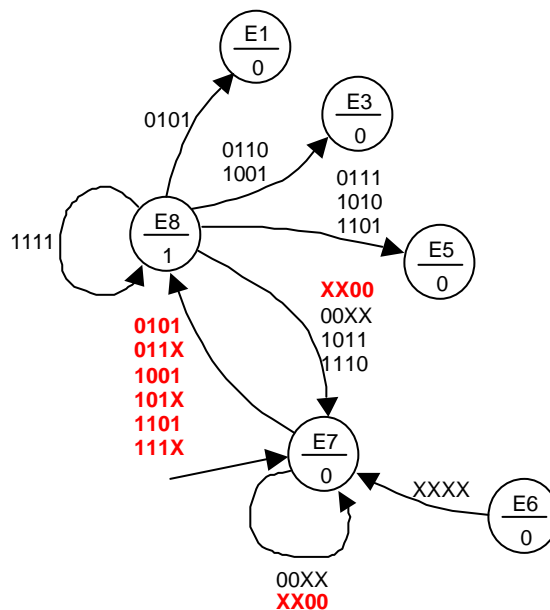


El estado inicial será el estado anterior (E7) al que genera la señal (E8). Así podemos garantizar que inicialmente estamos en un estado donde el limpiaparabrisas está desactivado y que las escobillas realizarán un barrido al siguiente ciclo después de que sea activado.

Una posible solución podría utilizar las señales de que indican que el limpiaparabrisas está desactivado ($P_1=0$ y $P_0=0$) para generar una señal de *reset* para los biestables y mantenerlos en el estado inicial. De este modo las combinaciones $P_1=0$ y $P_0=0$ no aparecerían en el grafo de estados.



En el caso de que no utilizasen las señales $P_1=0$ y $P_0=0$ para generar una señal de *reset* para los biestables lo que se podría hacer es permanecer en el estado anterior (E7) al que genera la señal (E8) mientras el limpiaparabrisas este desactivado. Las variaciones en el grafo de estado con respecto al anterior serían las siguientes:



c) Especifica el contenido de la tabla de transiciones entre estados y la tabla de salidas del circuito **sin utilizar ninguna codificación para los estados** (Para reducir el tamaño de la tabla podéis utilizar **x** en las entradas).

Ésta es la tabla de transición correspondiente al primer grafo de estados (el que usa las señales $P_1=0$ y $P_0=0$ para generar el reset de los biestables).

Estado actual	S ₁	S ₀	P ₁	P ₀	Estado futuro
E1	X	X	X	X	E2
E2	X	X	X	X	E3
E3	X	X	X	X	E4
E4	X	X	X	X	E5
E5	X	X	X	X	E6
E6	X	X	X	X	E7
E7	0	0	X	X	E7
E7	0	1	X	X	E8
E7	1	X	X	X	E8
E8	0	0	X	X	E7
E8	0	1	0	1	E1
E8	0	1	1	0	E3
E8	0	1	1	1	E5
E8	1	0	0	1	E3
E8	1	0	1	0	E5
E8	1	0	1	1	E7
E8	1	1	0	1	E5
E8	1	1	1	0	E7
E8	1	1	1	1	E8

Tabla de salidas

Estado	m
E1	0
E2	0
E3	0
E4	0
E5	0
E6	0
E7	0
E8	1

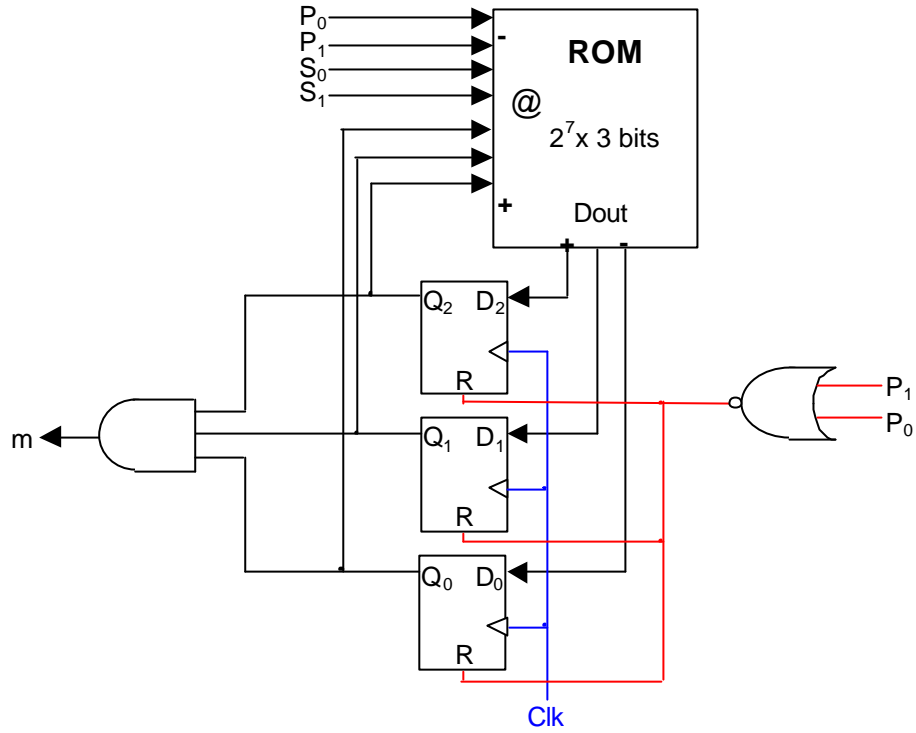
d) Codifica los estados mediante una tabla.

Necesitamos tres bits ($Q_2Q_1Q_0$) para codificar los estados del grafo de estados. La codificación de los estados es arbitraria. Así que cualquier codificación es válida.

Escogeremos la codificación 111 para el estado E8 para minimizar la función que calcula la salida **m** y escogeremos la codificación 000 para el estado E7 para actuar directamente sobre la señal de *reset* de los biestables cuando el limpiaparabrisas este desactivado. Para el resto de los estados escogemos una codificación arbitraria.

Estado	Q ₂	Q ₁	Q ₀
E1	0	0	1
E2	0	1	0
E3	0	1	1
E4	1	0	0
E5	1	0	1
E6	1	1	0
E7	0	0	0
E8	1	1	1

e) Implementa el sistema completo usando una memoria ROM del tamaño adecuado **para las transiciones entre estados**, algunas puertas lógicas **para la salida**, si son necesarias y biestables D. En el esquema no hay que indicar el contenido de la ROM, sólo el tamaño de la ROM, las conexiones y el peso de las entradas y salidas según la tabla del apartado c.



Problema 4 (2,5 punts)

Disposem d'un banc de registres amb **4 registres d'n bits**. Volem implementar-hi una funcionalitat adicional a les ja disponibles en un banc de registres com l'estudiat a classe. Es tracta de poder copiar el contingut d'un registre en un altre. Afegim un senyal **copy** al bloc seqüencial de manera que el comportament del banc de registres queda lleugerament modificat. Quan **copy** val 0, el comportament del banc de registres és el normal. Quan **copy** val 1, el banc de registres haurà de copiar el contingut del registre codificat en el ports de lectura (**SL**) i escriure'l en el registre codificat en el port d'escriptura (**SE**). En aquesta situació ignorarem els senyals **E**, i **Din** del banc de registres.

Feu el disseny del banc de registres incorporant la funcionalitat de la còpia de continguts de registres. (**Objectiu 6.8**)

