Problemes de Sistemes de Numeració

Fermín Sánchez Carracedo

1. Realitzeu els canvis de base que s'indiquen a continuació:

   a) $EF02_{16}$ a binari natural
   b) 235_{10} a hexadecimal
   c) 0100111_2 a decimal
   d) $FA12_{16}$ a decimal
   e) 1345_{10} a binari natural
   f) 1001011001100_2 a hexadecimal

2. ¿Cuál es el rango de números representables con 6 bits codificados en binario natural? ¿Y en Complemento a 2 (Ca2)?

3. Contesteu les següents preguntes:

   a) Representeu en complement a 2 amb 8 bits els següents números: 79, -12 i 145.
   b) Apliqueu l'algorisme de canvi de signe als números 79 i –12 per tal d'obtenir la representació del –79 i del 12

4. ¿Qué significa el término desbordamiento *(overflow)*? ¿Qué significa el término acarreo *(carry)*? Indica la relación que hay entre *overflow* y *carry* si los números son:

   a) naturales.
   b) enteros en complemento a dos.

   Realiza las siguientes suma directamente en binario:
   i) 0110 + 0111
   ii) 1110 + 1010
   iii) 0001 + 1100

   Indica en cada caso cuándo el resultado no es representable con 4 bits suponiendo que los números son:

   c) naturales codificados en binario con cuatro bits.
   d) enteros codificados en Ca2 con cuatro bits.

5. Suposant que treballem en complement a 2 i els números es representen amb 6 bits,

   a) feu la resta bit a bit de A=011010 i B = 001110 (C=A-B).
   b) Calculeu la resta anterior però ara a partir de la suma d'A més -B.
   c) Quines diferències trobeu entre l'operació feta a l'apartat a) i la de l'apartat b)?

6. Contesta a las siguientes preguntas:

   a) Representa en complemento a 2 usando 6 bits los números 18 y -24.
   b) Dados los números 010110 y 110101, representados en en Ca2: ¿Qué números decimales representan?
   c) Realiza la resta 6-1 (en 4 bits) utilizando el método tradicional (6-1) y después utilizando el método de sumar el complementario (6+(-1)) representado en Ca2. ¿Qué diferencias encuentras?

7. Realitza la suma dels següents números naturals, representats en les bases indicades, amb el mateix nombre de dígits amb els que s'expressen. Indica si es produeix transport (*Carry*) i/o sobreiximent (overflow).

   a) 001010 y 100011 en base 2
   b) 8B y 3A en base 12
   c) ABC y A28 en base 16

8. Donada la suma següent:

$$\begin{array}{r} 011100 \\ \underline{+111000} \\ 1010100 \end{array}$$

   Suposant que tant els operands com el resultat són números de 6 bits, digueu quins valors tenen els operands i el resultat en base 10 en els casos següents:

   a) considerant que els números estan codificats en binari natural.
   b) considerant que els números estan codificats en complement a 2.

9. Realitzeu les següents operacions amb números de 8 bits representats en complement a 2:

   a) 63_{10} + (-120_{10})
   b) 63_{10} + 120_{10}

   El resultat s'ha d'expressar també en 8 bits i complement a 2. Indiqueu si es produeix sobreeiximent (overflow) i/o transport (*Carry*).

Solucionari

1.
a) $EF02_{16}$ a binari
Per passar un número d'hexadecimal a binari només cal substituir cada dígit hexadecimal per 4 dígits binaris:

$E_{16} = 1110_2$, $F_{16} = 1111_2$, $0_{16} = 0000_2$, i $2_{16} = 0010_2$

Per tant, $EF02_{16} = 1110\ 1111\ 0000\ 0010_2$

b) 235_{10} a hexadecimal.
Es pot passar primer el número a binari i després de binari a hexadecimal (opció 1), o bé fer el canvi de base directament (opció 2).

OPCIÓ 1:
235/2 = 117 i residu = 1
117/2 = 58 i residu = 1
58/2 = 29 i residu = 0
29/2 = 14 i residu = 1
14/2 = 7 i residu = 0
7/2 = 3 i residu = 1
3/2 = 1 i residu = 1
últim quocient 1

Aleshores s'agafen, des de l'últim quocient, tots els residus en ordre invers.
Queda $235_{10} = 1110\ 1011_2 = EB_{16}$

OPCIÓ 2:
235/16 = 14 i residu = 11
últim quocient 14

$14_{10}=E_{16}$, $11_{10}=B_{16}$

Per tant, $235_{10} = EB_{16}$

c) 0100111_2 a decimal

Es multiplica cada xifra per la potència de dos que li correspon segons la seva posició:

$0*2^6+1*2^5+0*2^4+0*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0 = 32 + 4 + 2 + 1 = 39_{10}$

3.
a)
<u>79</u>

El número es pot representar, ja que pertany al rang dels números representables en complement a 2 i en 8 bits: [-128,+127].

	Quocient	**Residu**
79/2 =	39	1
39/2 =	19	1
19/2 =	9	1
9/2 =	4	1
4/2 =	2	0
2/2 =	1	0
últim quocient		1

$79_{10} = (2^6)+(2^3)+(2^2)+(2^1)+(2^0) = 100\ 1111_2$

La representació en complement a 2 d'un número positiu que pertany a aquest rang es fa codificant directament en binari pur el valor absolut del número, i afegint per l'esquerra els zeros que calguin fins a arribar al número de bits que s'utilitzin en el format.

Solució: $\mathbf{79_{10} = 0100\ 1111_{Ca2}}$

-12

La representació d'un número negatiu K que pertany al rang de números representables en n bits es fa aplicant l'operació de canvi de signe a la codificació en binari i n bits del valor absolut del número K. També es pot obtenir a partir del fet que la representació en complement a 2 amb n bits del número negatiu K coincideix amb la representació en binari del número natural 2^n - |K|.

Primer es representa el 12 en 8 bits, i després se li canvia el signe.

	Quocient	Residu
12/2 =	6	0
6/2 =	3	0
3/2 =	1	1
últim quocient		1

$12_{10} = (2^3)+(2^2) = 1100_2$

Per canviar de signe el número 12 (0000 1100) cal canviar zeros per uns i viceversa i sumar-li 1:

```
 0000 1100 , invertir els bits:

 1111 0011 , després, sumar un 1
+        1
 1111 0100
```

Solució: $-12_{10} = 1111\ 0100_{Ca2}$

145

145 està fora de l'intèrval de nombres representables en Ca2 en 8 bits [-2^7,+ 2^7-1]. Per tant no es pot representar. Passant-lo a binari, veu que calen 9 bits per representar-lo en Ca2:

	Quocient	Residu
145/2 =	72	1
72/2 =	36	0
36/2 =	18	0
18/2 =	9	0
9/2 =	4	1
4/2 =	2	0
2/2 =	1	0
últim quocient		1

$145_{10} = (2^7)+(2^4)+(2^0) = 0\ 1001\ 0001_2$

El bit de més pes de la representació d'un número positiu en complement a 2 ha de ser sempre 0.

5.
a)

Passos:

		-1	-1-1	-1-1	-1-1
011010	011010	011010	011010	011010	011010
001110	001110	001110	001110	001110	001110
0	**00**	**100**	**1100**	**01100**	**001100**

b)
Per obtenir –B cal canviar-li el signe. B = 001110 (14 en decimal). Per canviar-li el signe es canvien zeros per uns i viceversa i se li suma 1:

```
 110001
+     1
 110010        representació de -14₁₀ en Ca2
```

Per finalitzar, se suma A+(-B):

```
  011010  (A)
+ 110010  (-B)
 1001100
```

El bit de més pes és el bit de transport (*Carry*)

c)
A l'apartat (a) es fa la resta, mentre que a l'apartat (b) es fa sumant el subtrahend canviat de signe. La diferència és al bit de transport, que sempre dóna diferent quan es fa d'una manera o de l'altra.
El transport correcte és el que s'obté fent l'operació de resta bit a bit.

7.
a)

```
       1   <---- transports parcials
    001010
+   100011
    101101.   No es produeix transport.
```

b)

```
    1      <---- transports parcials
    8B
+   3A
    C5        No es produeix transport.
```

c)

```
  1  1     <---- transports parcials
    ABC
+   A2 8
  1 4 E4      Sí que es produeix transport.
```

Es produeix sobreiximent quan hi ha transport en el bit más significatiu, ja que són números naturals. Per tant, només en el cas c).

8.
a)

$011100_2 = 28_{10}$
$111000_2 = 56_{10}$
$010100_2 = 20_{10}$ $(1010100_2 = 84_{10})$

El resultat és 20. Aquest resultat és incorrecte, es produeix sobreeiximent en la suma (quan es treballa amb números naturals, el bit de transport (*Carry*) indica aquesta situació).

b)

$011100_{Ca2} = 28_{10}$
$111000_{Ca2} = -8_{10}$
$010100_{Ca2} = 20_{10}$ $(1010100_{Ca2} = -44_{10})$

En aquest cas el resultat és correcte, no es produeix sobreeiximent, encara que sí que es produeix transport (quan es treballa amb números en complement a 2, en sumar dos números només es produeix sobreeiximent si són del mateix signe i el resultat és de signe contrari, independentment de què hi hagi transport o no).

9.
El primer que s'ha de fer és passar els números a binari natural:

120/2 = 60 i residu = 0
60/2 = 30 i residu = 0
30/2 = 15 i residu = 0
15/2 = 7 i residu = 1
7/2 = 3 i residu = 1
3/2 = 1 i residu = 1
últim quocient 1

$120_{10} = 111\ 1000_2$

63/2 = 31 i residu = 1
31/2 = 15 i residu = 1
15/2 = 7 i residu = 1

7/2 = 3 i residu = 1
3/2 = 1 i residu = 1
últim quocient 1

$63_{10} = 11\ 1111_2$

Disposant d'aquests números en binari natural, s'han de representar en complement a 2 (Ca2). Per representar un número positiu en Ca2, només cal afegir-li zeros per l'esquerra fins a arribar al nombre de bits establert, en aquest cas 8:

$120_{10} = 0111\ 1000_2$
$63_{10} = 0011\ 1111_2$

Per representar -120_{10} en Ca2 i 8 bits cal partir de la representació en binari i 8 bits del 120_{10} i canviar-li el signe: es canvien 0's per 1's i viceversa, i després se suma 1:

0111 1000
      1 1 1   <–– transports parcials
1000 0111
+   1
  1000 1000   <–– per tant aquesta és la representació de –120 en Ca2

I ara ja es poden fer les sumes:

a)

  1 1 1   <–– transports parcials
  0011 1111   ($+63_{10}$)
+1000 1000   + (-120_{10})
  1100 0111   (-57_{10})

No es produeix ni **sobreeiximent** ni **transport** del bit més significatiu.

b)

  1 1 1   <–– transports parcials
  0011 1111   ($+63_{10}$)
+0111 1000   + ($+120_{10}$)
  1011 0111   (-73_{10})

Ara es produeix **sobreeiximent** perquè sumant dos números amb el mateix signe (positiu) el resultat surt de signe contrari; això passa perquè el resultat correcte cau fora del rang de representació en Ca2 i 8 bits ([-128,+127]). En canvi no es produeix **transport** (*Carry*) del bit més significatiu.